

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 29 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2017

ΘΕΜΑ Α

A1) Δίνονται οι συναρτήσεις f, g για τις οποίες ισχύει $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3, \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -4$. Να υπολογίσετε τα όρια:

- i) $L_1 = \lim_{x \rightarrow 2} (f(x) + g(x))$ (1μ)
- ii) $L_2 = \lim_{x \rightarrow 2} (2f(x) - g(x))$ (1μ)
- iii) $L_3 = \lim_{x \rightarrow 2} (f^2(x)g(x))$ (1μ)
- iv) $L_4 = \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3f(x) - 4g(x)}$ (1μ)

A2) Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια, θεωρώντας δεδομένο ότι έχει νόημα η αναζήτησή τους.

- i) $\ell_1 = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$ (3μ)
- ii) $\ell_2 = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-4x+3}{x^3-1}$ (4μ)
- iii) $\ell_3 = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-7x-6}{x^4-16}$ (4μ)
- iv) $\ell_4 = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-1}{x^3-x+1}$ (3μ)

A3) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+2x}{x^2-3x}, & -4 \leq x < 0 \\ \frac{x^3+2x^2-8x}{2x^2-4x}, & 0 < x < 2 \\ \frac{x^2-x-2}{x^2-3x+2}, & x > 2 \end{cases}$

Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια:

- i) $K_1 = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ (5μ)
- ii) $K_2 = \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ (5μ)
- iii) $K_3 = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$ (2μ)

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr

ΘΕΜΑ Β

B1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- 1) Για οποιαδήποτε γωνία θ , ισχύει ότι: $|\eta\mu\theta| \leq 1$.
- 2) Υπάρχει γωνία ω ώστε να ισχύει: $\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega = 2$.
- 3) Το $\sigma\upsilon\nu 3$ είναι αρνητικός αριθμός.
- 4) Η $\sigma\phi\chi$ δεν ορίζεται όταν $x = \kappa\pi$, $\kappa \in \mathbb{Z}$.
- 5) Ισχύει ότι $\sqrt{(\eta\mu x - 1)^2} = \eta\mu x - 1$.
- 6) Αν $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, τότε $\sqrt{1 - \eta\mu^2 x} = \sigma\upsilon\nu x$.
- 7) Το σημείο $A\left(\frac{\pi}{3}, 1\right)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 2\eta\mu\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$.
- 8) Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει βαθμό ν και το πολυώνυμο $Q(x)$ έχει βαθμό κ , τότε το πολυώνυμο $P(x) \cdot Q(x)$ θα έχει βαθμό $\kappa \cdot \nu$.
- 9) Αν τα πολυώνυμα $P(x)$ και $Q(x)$ είναι 3ου βαθμού, τότε και το πολυώνυμο $P(x) + Q(x)$ θα είναι 3ου βαθμού.
- 10) Αν το πολυώνυμο $P(x)$ είναι σταθερό με $P(2) = 4$, τότε και $P(4) = 4$.
- 11) Το μηδενικό πολυώνυμο έχει άπειρες ρίζες.
- 12) Κάθε σταθερό πολυώνυμο είναι μηδενικού βαθμού.
- 13) Αν ένα πολυώνυμο είναι μηδενικό, τότε είναι σταθερό.
- 14) Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει βαθμό ν , τότε το πολυώνυμο $P(P(x))$ θα έχει βαθμό 2ν .
- 15) Αν ο σταθερός όρος ενός πολυωνύμου είναι μηδέν, τότε το πολυώνυμο θα έχει ρίζα το μηδέν.

(15)

B2) i) Πότε δύο πολυώνυμα λέγονται ίσα;

(3μ)

ii) Πότε ένας αριθμός ρ λέγεται ρίζα ενός πολυωνύμου $P(x)$;

(2μ)

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr

ΘΕΜΑ Γ

- Γ1)** Να βρείτε το βαθμό του πολυωνύμου $P(x) = (\lambda^3 - \lambda)x^3 + (\lambda^2 - 1)x^2 + 1 - \lambda$ για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$. **(4μ)**
- Γ2)** Να βρείτε πολυώνυμο $P(x)$, ώστε να ισχύει: $(x-1)P(x) = 2x^3 - x(x+2) + 1$. **(5μ)**
- Γ3)** Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (2\alpha + \beta - 5)x^2 + (\alpha - \beta - 4)x + \alpha - \beta + 2\gamma$. Να βρείτε τα $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$, ώστε:
- i)** Το $P(x)$ να είναι το μηδενικό πολυώνυμο. **(4μ)**
 - ii)** Το $P(x)$ να είναι σταθερό πολυώνυμο. **(2μ)**
 - iii)** Το $P(x)$ πολυώνυμο μηδενικού βαθμού. **(1μ)**
- Γ4)** Αν για το πολυώνυμο $P(x)$ ισχύουν τα εξής:
- $P(x+1) - P(x) = 2x^3 + 1$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$
 - ο σταθερός όρος του $P(x)$ ισούται με -4 , τότε:
- i)** Να βρείτε το άθροισμα των συντελεστών του $P(x)$. **(3μ)**
 - ii)** Να βρείτε την αριθμητική τιμή του $P(x)$ για $x = -1$. **(3μ)**
 - iii)** Να εξετάσετε εάν το 2 είναι ρίζα του $P(x)$. **(3μ)**

ΘΕΜΑ Δ

- Δ1)** Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2 + 3\sigma\upsilon\nu\frac{x}{2}$.
- i)** Να βρείτε τη μέγιστη, την ελάχιστη τιμή και την περίοδο της f . **(3μ)**
 - ii)** Να βρείτε τα σημεία x στα οποία η f παρουσιάζει τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της. **(4μ)**
 - iii)** Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f στο διάστημα $[-4\pi, 4\pi]$. **(4μ)**
 - iv)** Να λύσετε την εξίσωση $f(2x) - f\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$. **(4μ)**
- Δ2)** Να λύσετε την εξίσωση $\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x + \epsilon\phi x = \frac{1}{\eta\mu x} + \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x} + \sigma\phi x$. **(5μ)**
- Δ3)** Να λύσετε την εξίσωση: $4\sigma\upsilon\nu\left(x + \frac{3\pi}{8}\right) + 4\eta\mu^2\left(\frac{49\pi}{8} - x\right) = -1$. **(5μ)**